عنوان: ارتعاشات دنباسکی

دوشنبه
11
تیر
۲۴ ذی الحجه
1 July
MONDAY

مربوط به سیستم های خطی

عنوان دقیق تر:

Linear Mechanical Vibration

پیش نیازها:
- معادلات دیفرانسیل: فقط خطی بررسی میشود
- ریاضیات مهندسی ← تبدیل فوریه / تبدیل لاپلاس
توابع مختلف
دینامیک

منابع درس:
- کتاب تامسون Thomson
- کتاب رائو Rao
- کتاب میرویچ Meiroritch

ارزشیابی:
- تمرین ۶
- حضور ۲
- میان ترم ۴
- پایان ترم ۸

سه شنبه
۱۲
تیر
۲۵ ذی الحجه
2 July
TUESDAY

مفاهیم اولیه

سرفصل

ارتعاشات آزاد ← Free

ارتعاشات سیستم های یک درجه آزادی SDOF

ارتعاشات اجباری Forced سیستم های یک درجه آزادی

ارتعاشات گذرا Transient vibration

ارتعاشات سیستم های ۲ درجه آزادی

مفاهیم و تعاریف اولیه:

۱- ارتعاشات ← تکرار یک حرکت در بازه زمانی مشخص

۲- سفتی ← stiffness ← مقاومت جسم در برابر تغییر شکل

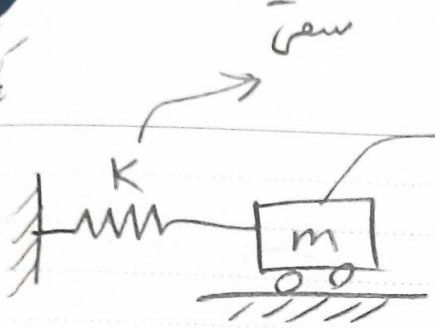
۳- اینرسی ← Inertia ← مقاومت جسم در برابر تغییر سرعت (یا جرم)

speed ← اندازه سرعت

velocity ← بردار سرعت

توجه: stiffness ≠ Flexibility

چهارشنبه
۱۳
تیر
WEDNESDAY
۲۶ ذی الحجه
3 July



۴- انواع ارتعاشات

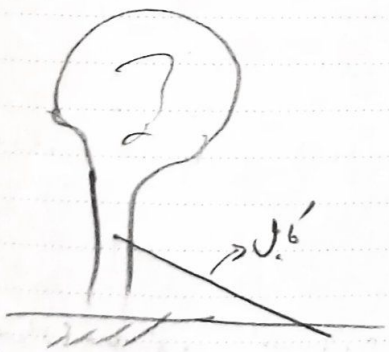
آزاد (Free): وقتی یک سیستم تحت شرایط اولیه نوسان نماید

اجباری (Forced): وقتی یک سیستم با تحریک دائمی نوسان نماید

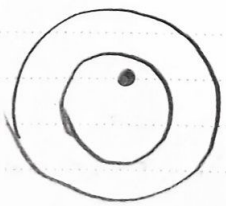
هـ شرایط اولیه Initial condition

الف) جابجایی اولیه x_0

ب) سرعت اولیه $\dot{x}_0$



ارتعاش آزاد



چرخ غیر بالانس

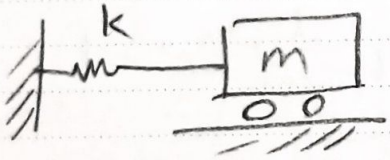
ارتعاش اجباری

پنج شنبه
۱۴
تیر
۲۷ ذی الحجه
4 July
THURSDAY

~~۶- فرکانس طبیعی Natural Frequency~~

۶- فرکانس : Frequency

تعداد نوسان (رفت و برگشت) در واحد زمان
یا سیکل
Cycle



⇒ در یک ثانیه چند بار رفت و برگشت می‌کند

$$f = \frac{1}{T} \qquad [\text{Hertz}] = \frac{1}{s}$$

Hz

۷- نوسان : همان رفت و برگشت است

روز قلم

جمعه
۱۵
تیر
۲۸ ذی الحجه
5 July
FRIDAY

oscilation

- به عنوان مثال در ادامه درس ثابت می‌کنیم که فرکانس یک سیستم جرم و فنر ساده به شکل مقابل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

۸- متلوب Period

زمان یک نوسان (سیکل) و با T نمایش می‌دهند
کی
Cycle

۹- فرکانس طبیعی Natural Frequency

وقتی سیستم به صورت آزاد ارتعاش نماید به فرکانس آن فرکانس طبیعی می‌گویند و با ω_n (اُمگا) نمایش می‌دهند

۱۰- رزونانس ← Resonance
(تشدید)

تحریک خود ← excitation

وقتی سیستم با فرکانس طبیعی خود به صورت اجباری

در این وضعیت دامنه نوسان به صورت سیار زیاد افزایش می‌یابد و رزونانس

رخ خواهد داد (Collapse)

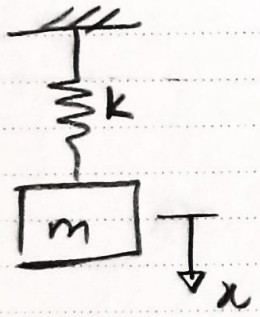
Amplitude

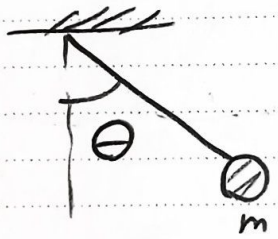
۱۱- درجه آزادی Degree of freedom (DOF)

حداقل تعداد مختصات مورد نیاز برای توصیف حرکت یک سیستم.

Coordination

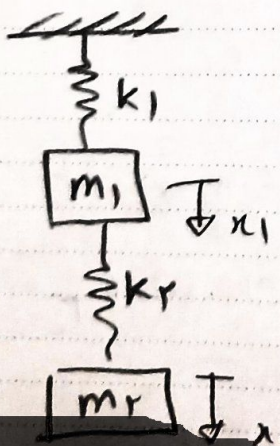
Motion

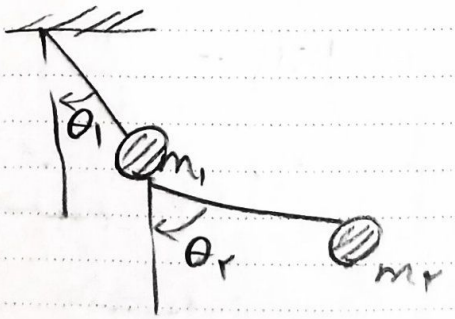




1DOF

1 DOF

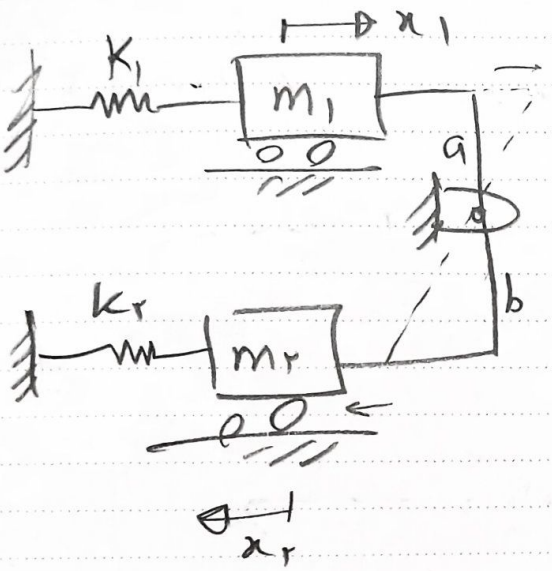




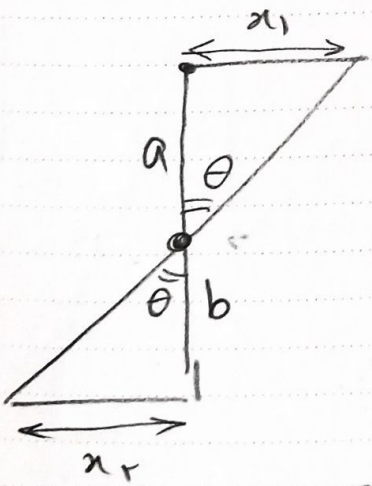
2DOF

2DOF

دوشنبه
۱۸
تیر
۲ محرم
8 July
MONDAY



2DOF ⟶ 1 DOF



$$\tan\theta = \frac{x_1}{a} = \frac{x_2}{b}$$

$$x_1 = \frac{a}{b} x_2$$

✓ پس x_1 و x_2 هم راستا اند و جرم متصل نیست

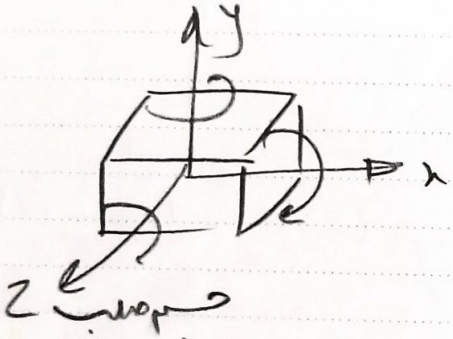
تیر 1DOF است

سه شنبه
۱۹
تیر
۳ محرم
9 July
TUESDAY

نکته: به تعداد جرم (انرژی) در سیستم اریتی دارد

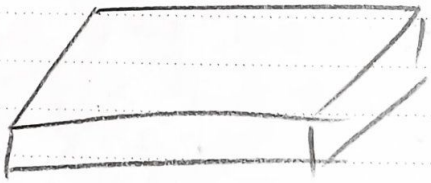
درجه آزادی داریم

نکته:



Rigid Body

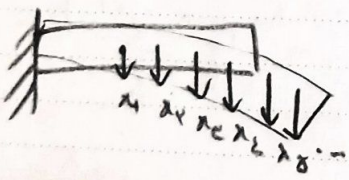
6 DOF



Flexible

$\propto$ DOF

بی نهایت



بی شمار مقطعات x_1

$\Rightarrow \propto$ DOF

نیازمند برای توصیف

خمش این تیر

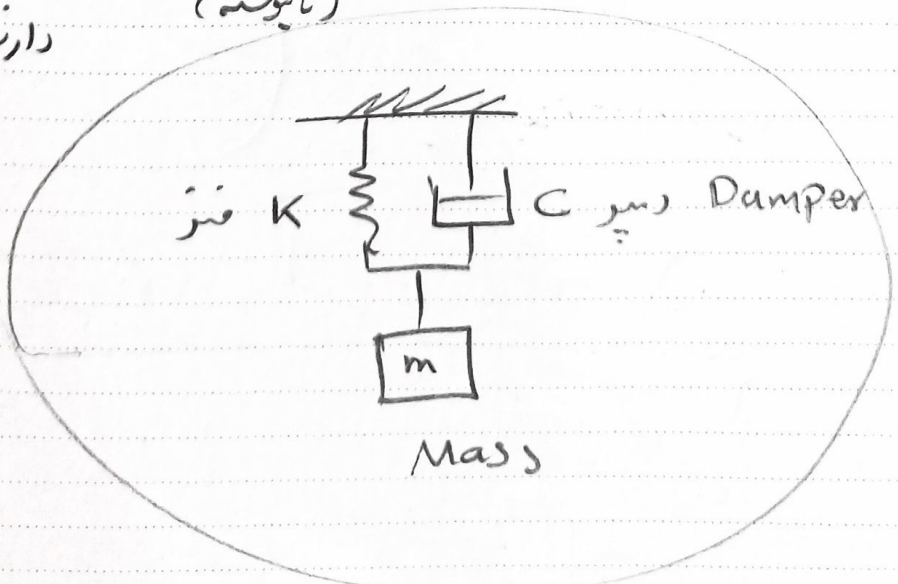
نکته: یک سیستم مکانیکی به تعداد درجه آزادی اش فرکانس طبیعی دارد

۱۲- میرایی یا دمپینگ Damping

مشخصه‌ی سیستم است که سبب کاهش دامنه نوسان می‌شود

۱۳- مشخصات مادی
- سفتی stiffness
- جرم (Inertia) mass
- میرایی Damping

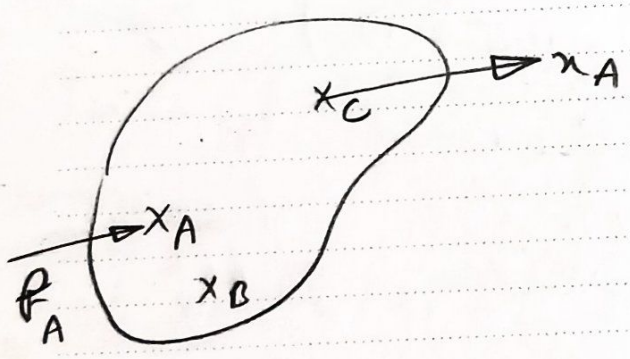
۱۴- انواع سیستم مکانیکی درجات آزادی
- پیوسته: بی نهایت درجه آزادی دارد (سیستم‌هایی دارای تغییر شکل الاستیک)
- گسسته (ناپیوسته): درجه آزادی متناهی (محدود) دارند

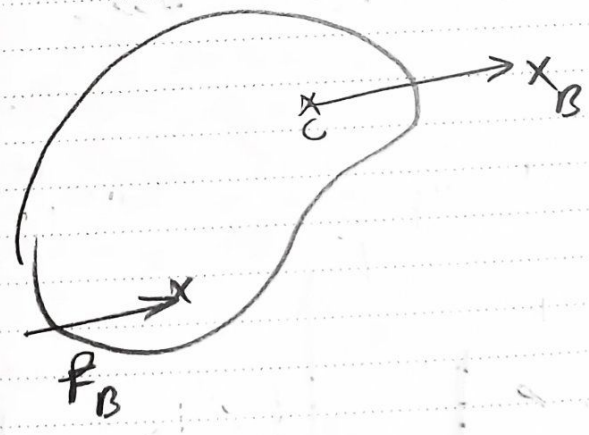


پنج شنبه
۲۱
تیر
۵ محرم
11 July
THURSDAY

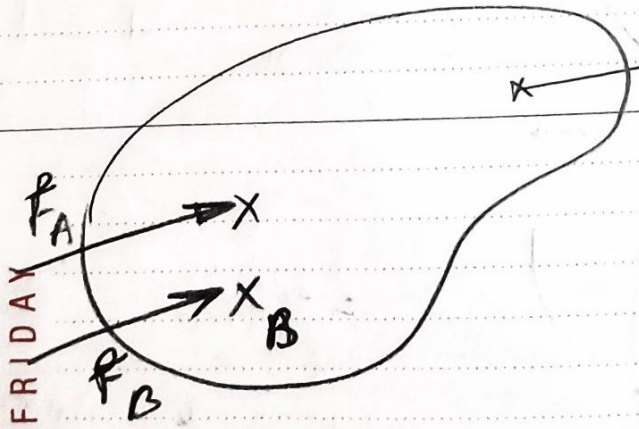
نکته: سیم های پیوسته معمولاً با سیم های نابیوسته تقریب زده می شوند.

۱۵- سیم خطی





جمعه
۲۲
تیر
۶ محرم
12 July
FRIDAY



$f_A \rightarrow x_A$

$f_B \rightarrow x_B$

$f_A + f_B \rightarrow x_A + x_B$

مرکز فناوری اطلاعات

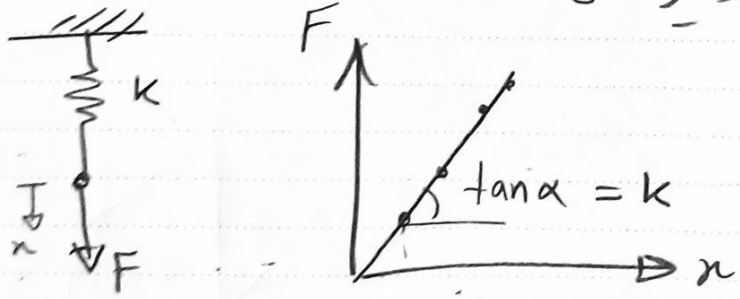
۱۶- اجزای یک سیستم نوسان کننده

① ذخیره کننده انرژی پتانسیل (فنر - الاستیسیته)

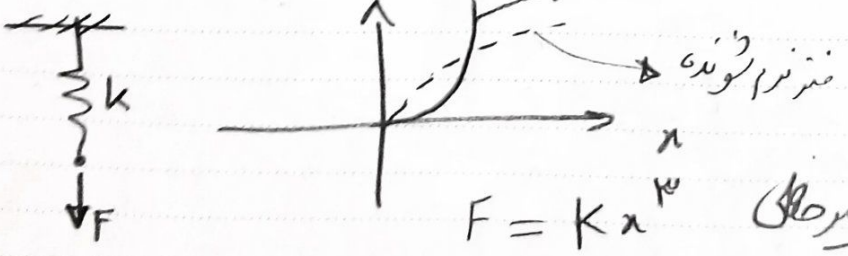
② ذخیره کننده انرژی جنبشی (جرم یا اینرسی)

③ مستهلک کننده انرژی (دمپر)

۱۷- فنرهای خطی و غیر خطی



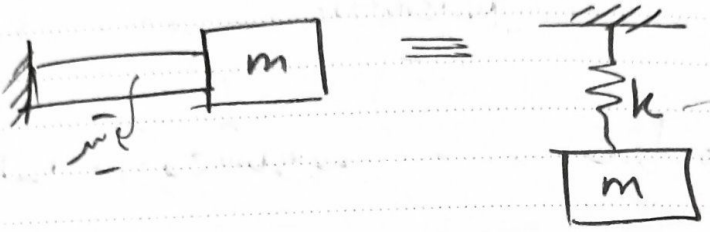
$F = kx$



$F = kx^3$ فنر غیر خطی

یکشنبه
۲۴
تیر
۸ محرم
14 July
SUNDAY

توجه: معادل سازی یک تیر با جرم ناچیز با یک فنر



$$\delta = \frac{WL^3}{3EI} \Rightarrow F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{W}{\delta} = \frac{3EI}{L^3}$$

از مقاومت مصالح

E: مدول یانگ تیر

L: طول تیر

I: ممان اینرسی سطح مقطع تیر

۱۸- معادله دیفرانسیل حرکت

یعنی ترم هایی (عبارت هایی) مثل x^2 یا x (توان دار) $\dot{x}x$ و ... ضرب در مشتقات آن

ندارند

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx = 0 & \text{Linear} \\ m\ddot{x} + kx + ax^2 = 0 & \text{Non linear} \\ \ddot{x} + \sin x = 0 \end{cases}$$

دوشنبه
۲۵
تیر
۹ محرم
15 July
MONDAY

۱۹- مبحث سینماتیک حرکت

↓

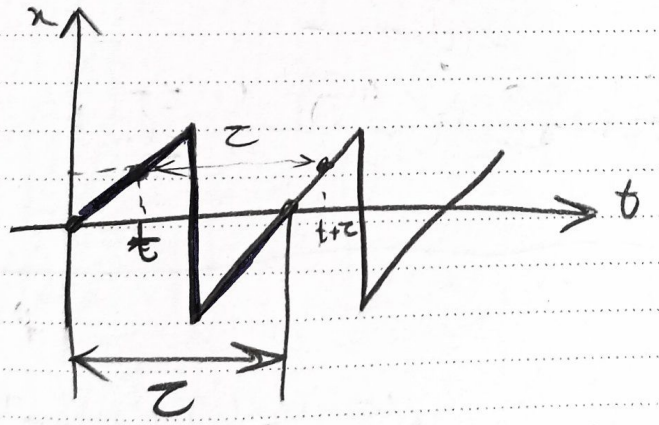
kinematic

۱۹-۱ : حرکت متناوب Periodic

حرکتی است که در یک دوره زمانی مشخص مثل τ تکرار می‌شود

به زبان ریاضی یعنی

$$x(t+\tau) = x(t)$$



ساده‌ترین نوع حرکت تناوبی حرکت هارمونیک است

سه شنبه
۲۶
تیر
۱۰ محرم
16 July
TUESDAY

۱۹-۲ : حرکت هارمونیک Harmonic Motion

فرمول حرکت

$$x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

T ← دوره تناوب

φ ← فاز یا phase

اثبات: می‌خواهیم ثابت کنیم که حرکت هارمونیک یک حرکت تناوبی است

$$x(t+T) = x(t)$$

$$A\sin\left(\frac{2\pi}{T}(t+T) + \varphi\right) \stackrel{?}{=} A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\pi + \varphi\right) = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

$$\boxed{\frac{2\pi}{T} = \omega}$$ ← ★ از الان یاد بگیرید که

Fourier Transform ۲۰ـ تبدیل فوریه

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin\frac{2\pi n t}{T}\right)$$

برای یک سیگنال متناوب می‌توان رابطه فوق را نوشت که b_n ، a_n ، a_0 از روابط انتگرالی درس ریاضیات مهندسی بدست می‌آید (رجوع کنید)

$$x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

می‌خواهیم ثابت کنیم که هر تابع متناوب را می‌توان به صورت حاصل جمع چند تابع sin نوشت

$$\rightarrow x(t) = C\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} A = C\cos\varphi \\ B = C\sin\varphi \end{cases} \rightarrow C^2 = A^2 + B^2 \begin{cases} C = \sqrt{A^2 + B^2} \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) \end{cases}$$

$$\tan\varphi = \frac{B}{A}$$

پنج شنبه
۲۸
تیر
۱۲ محرم
18 July
THURSDAY

$$x(t) = c\cos\varphi \cdot \sin wt + c\sin\varphi \cos wt$$

$$x(t) = c\sin(wt+\varphi)$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T} + \varphi\right)\right)$$

$$y = x(t) - \frac{a_0}{2}$$

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T} + \varphi\right)\right)$$

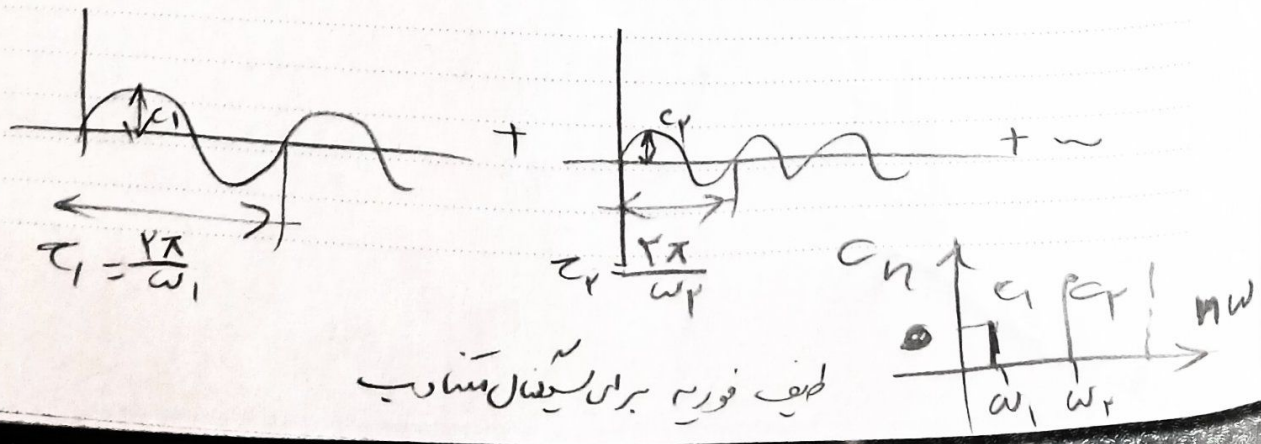
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega_n = n\omega_1$$

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n \sin(\omega_n t + \varphi)\right)$$

شهادت امام زین العابدین (ع)

جمعه
۲۹
تیر
۱۳ محرم
19 July
FRIDAY

$$\begin{cases} \varphi_n = tg^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \\ c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \end{cases} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

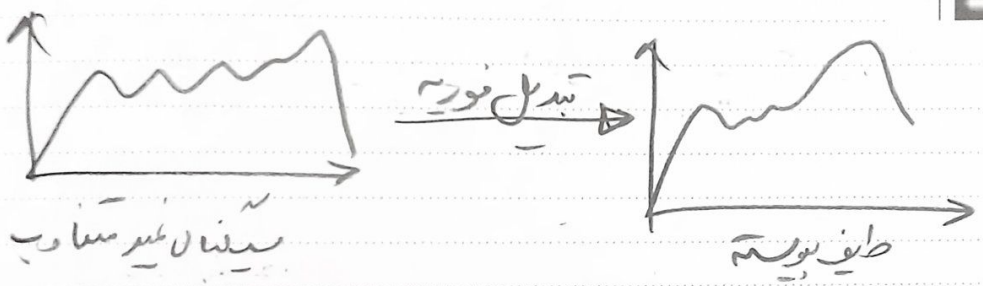


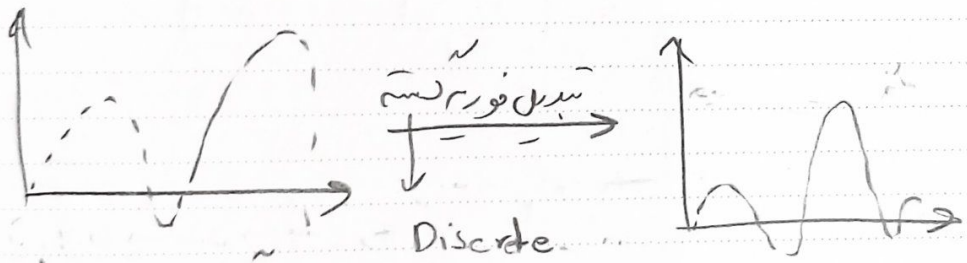
طیف فوریه برای سیگنال متناوب

شنبه
۳۰
تیر
۱۴ محرم
20 July
SATURDAY

Spectrum ← طیف

طیف سیگنال زمانی ⇐ نمودار ضرایب سری فوریه برحسب فرکانس





یکشنبه
۳۱
تیر
۱۵ محرم
21 July
SUNDAY

(۲۱) فرکانس دایره‌ای Circular Frequeng

$$x(t) = A\sin\frac{2\pi t}{T} = A\sin\omega t$$

فرکانس دایره‌ای $\omega = \frac{2\pi}{T}$ واحد: $\frac{rad}{s}$

فرکانس معمولی برحسب هرتز Hz (f)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

حرکت هارمونیک ساده ـ سرعت و شتاب در حرکت جایی

جایی $x(t) = A\sin\omega t$

سرعت $\dot{x}(t) = A\omega\cos(\omega t) = A\omega\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ فاز $= f$

شتاب $\ddot{x}(t) = -A\omega^2\sin(\omega t) = A\omega^2\sin(\omega t + \pi)$

دامنه Amplitudo

جایی و سرعت، $\frac{\pi}{2}$ اختلاف فاز دارند

جابجایی و شتاب، π اختلاف فاز دارند.

دوشنبه
۱
مرداد
۱۶ محرم
22 July
MONDAY

(۲۲) حرکت هارمونیک در فنر مقطع

$$x(t) = A\sin \omega t$$

یادآوری: $\{e^{i\theta} = \text{cis}\,\theta = \cos\theta + i\sin\theta\}$

$$x(t) = A e^{i(\omega t)}$$

$$v(t) = A(i\omega)e^{i\omega t} = A e^{\frac{i\pi}{2}} e^{i\omega t} = A\omega e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$a(t) = A i^2 \omega^2 e^{i\omega t} = -A\omega^2 e^{i\omega t} = A\omega^2 e^{i\pi} e^{i\omega t}$$

$$= A\omega^2 e^{i(\omega t + \pi)}$$

یادآوری

$$\begin{cases} e^{i\pi} = -1 & \cos\pi + i\sin\pi = -1 \\ e^{i\frac{\pi}{2}} = i & \Rightarrow \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i \end{cases}$$

توجه کنید: دامنه حرکت مقدار مثبتی است

سه شنبه

۲

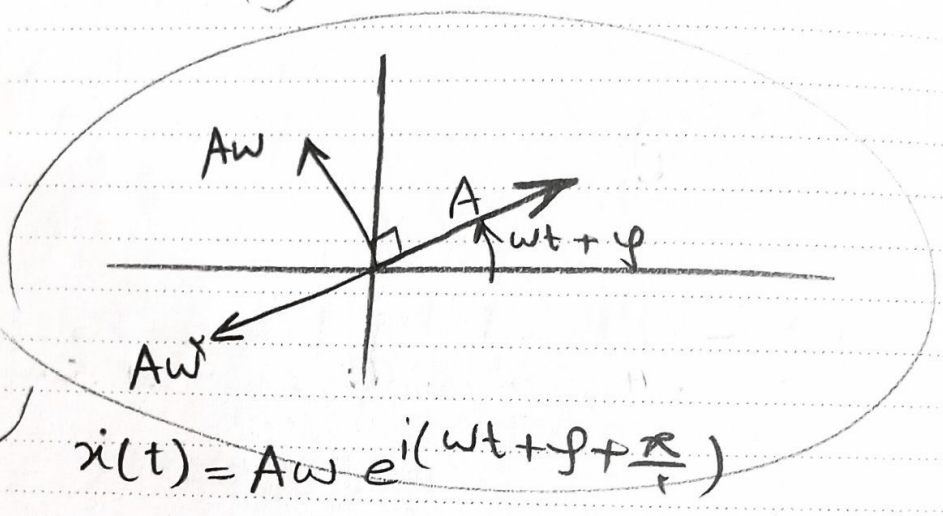
مرداد

۱۷ محرم

23 July

TUESDAY

$$x(t) = A e^{i(\omega t + \varphi)}$$



$$\dot{x}(t) = A\omega\, e^{i(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})}$$

$$\ddot{x}(t) = A\omega^2\, e^{i(\omega t + \varphi + \pi)}$$

به این نمودار یعنی بردارهای چرخشی اصطلاحاً فازور می‌گویند

phasor

(۲۳) دسی بل dB

$$dB = 20 \log_{10} x$$

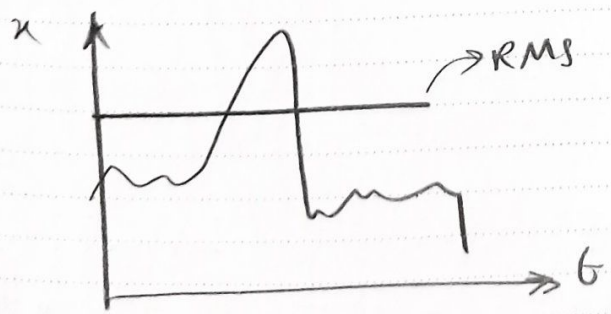
$$x = 1000 \Rightarrow dB = 20 \log_{10} 1000 = 60$$

(۲۴) RMS (Root Mean Square)

جذر متوسط مربعات

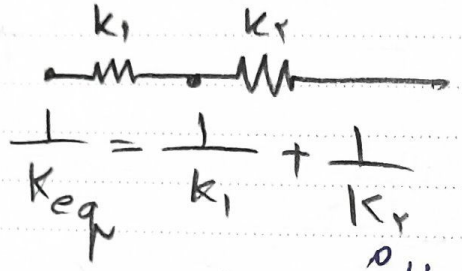
سیگنال دیجیتال $RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2}$

سیگنال آنالوگ $RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$



پنج شنبه
۴
مرداد
۱۹ محرم
25 July
THURSDAY

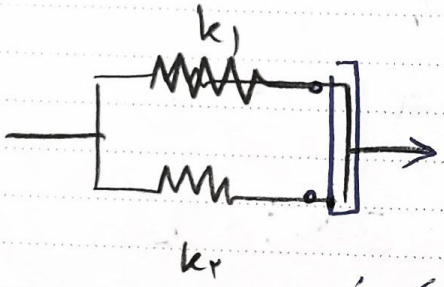
(۲۴) فنرهای سری و موازی



سری

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

تغییر شکل فنرها مثل برابر
مجموع تغییر شکل فنرهای سری شده با هم برابر است

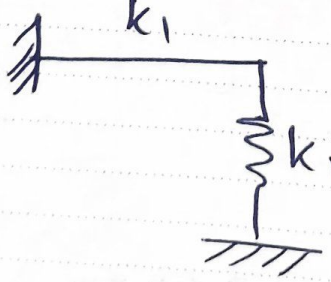


موازی $k_{eq} = k_1 + k_2$

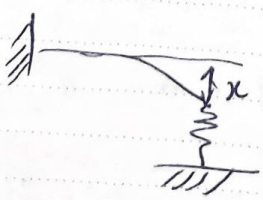
فنرهای موازی جابجا شدن یکسان خواهند داشت
به همین دلیل تغییر شکل فنرهای مثل برابر تغییر شکل تک تک فنرها می باشد

جمعه
۵
مرداد
۲۰ محرم
26 July
FRIDAY

مثال: فنرهای نشان داده شده در شکل چگونه اند؟



موازی اند چون
تغییر شکل دو فنر با هم برابر
است



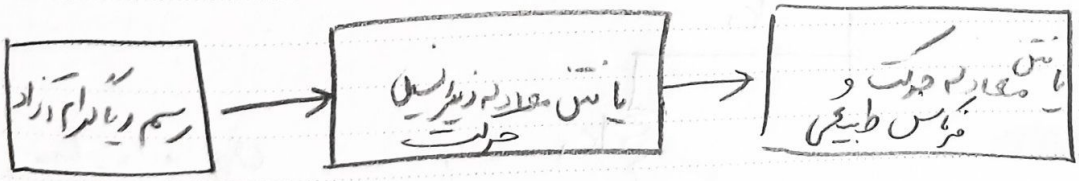
ارتعاشات سیستم یک درجه آزادی 1DOF

★ روش قانون دوم نیوتون

① ابتدا دیاگرام آزاد سیستم را رسم نمائید.

② اگر سیستم حرکت انتقالی داشت از قانون دوم نیوتون به صورت $\Sigma F = ma$ استفاده کنید و اگر حرکت دورانی داشت از رابطه $\Sigma T = I\alpha$ استفاده کنید تا معادله دیفرانسیل حرکت بدست آید

③ با استفاده از آنچه در درس معادلات دیفرانسیل آموختید معادله حل را حل کنید و فرکانس طبیعی سیستم را بیابید



نکته مهم: همیشه ابتدا وضعیت تعادل استاتیکی سیستم را بررسی میکنیم یعنی $\Sigma F = 0$ یا $\Sigma T = 0$ و بعد به سراغ بررسی وضعیت دینامیکی یعنی $\Sigma F = ma$ یا $\Sigma T = I\alpha$ می‌رویم

ابتدا

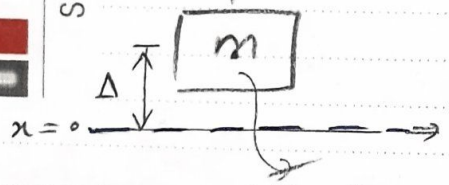
بررسی سیستم‌های ارتعاشی تک درجه آزادی

فرض: جرم فنر صفر (Massless) و صلب بودن اجسام

فنر سختی فنر

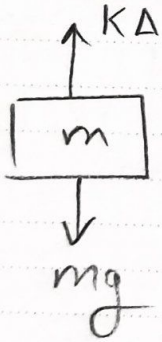
جرم متمرکز Lumped Mass

نقطه تعادل استاتیکی Static Equilibrium Point



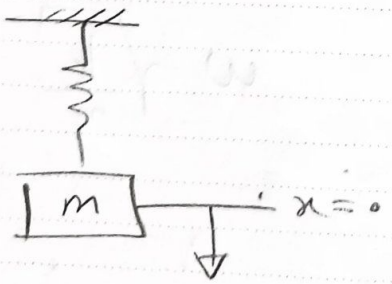
در وضعیت اولیه فنر تحت کشش می‌باشد.

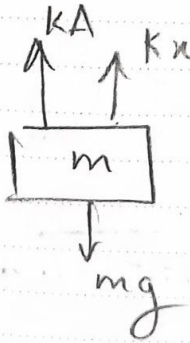
★ مسئله استاتیکی: تعادل



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow K\Delta - mg = 0 \Rightarrow K\Delta = mg$$

★ مسئله دینامیکی:





$$\Sigma F = m\ddot{x} \Rightarrow mg - Kx - K\Delta = m\ddot{x}$$

$$\boxed{m\ddot{x} + Kx = 0}$$

معادله دیفرانسیل خطی مرتبه ۲

یادآوری از معادلات دیفرانسیل

دوشنبه
۸
مرداد
MONDAY
۲۳ محرم
29 July

$$x'' + \alpha^2 x = 0 \Rightarrow x(t) = A\sin\alpha t + B\cos\alpha t$$

A, B از شرایط اولیه بدست می‌آیند

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\alpha^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$$

$$x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

$$\rightarrow x(t) = C\sin(\omega t + \varphi) \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\begin{cases} C = \sqrt{A^2 + B^2} \\ \varphi = \tan^{-1}\frac{B}{A} \end{cases}$$

سه شنبه

۹

مرداد

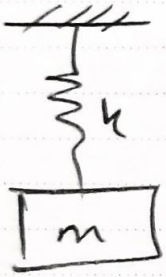
۲۴ محرم

30 July

TUESDAY

$$x(t) = C\sin(\omega t + \varphi)$$

مثال: برای سیستم جرم و فنر زیر



① معادله حرکت را بیابید و پس آن را حل کنید

② فرکانس نوسان و دوره تناوب را بیابید

③ ثابت کنید حرکت هارمونیک است

$$\begin{cases} m = 2\,kg \\ k = 100{,}000\ \frac{N}{m} \\ x(0) = 5\ mm \\ \dot{x}(0) = 100\ \frac{mm}{s} \end{cases}$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$2\ddot{x} + 10^5 x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^5}{2}} = \sqrt{5\times 10^4}$$

$$= \sqrt{5}\times 100 \simeq 223\ \frac{rad}{s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{223}{2\times 6/14} = 35/4\ Hz$$

دور اهدای خون

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0/028$$

چهارشنبه
WEDNESDAY
۱۰ مرداد
۲۵ محرم
31 July

$$x(t) = A\sin(۲۲۳t) + B\cos(۲۲۳t)$$

$$\dot{x}(t) = ۲۲۳A\cos(۲۲۳t) - ۲۲۳B\sin(۲۲۳t)$$

$$x(۰) = ۵ \Rightarrow B = ۵$$

$$\dot{x}(۰) = ۱۰۰ \Rightarrow ۲۲۳A = ۱۰۰ \Rightarrow A = \frac{۱۰۰}{۲۲۳} = ۰/٤٤$$

$$x(t) = ۰/٤٤\sin(۲۲۳t) + ۵\cos(۲۲۳t)$$

$$\rightarrow x(t) = C\sin(۲۲۳t + \varphi)$$

$$C = \sqrt{۰/٤٤^۲ + ۵^۲} = ۵/۰۱۹$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{۵}{۰/٤٤}\right) = ۸٤/۹^\circ$$

$$= ۱/٤۸ \text{ rad}$$

پنج شنبه
۱۱
مرداد
۲۶ محرم
1 August
THURSDAY

$x(t) = 0.19 \sin(22t + 1.48)$ m

نکات مهم :

(۱) شکل کلی معادله دیفرانسیل حرکت برای کلیه سیستم های یک درجه آزادی در ارتعاشات آزاد به صورت زیر می باشد

$$[\ \ ]\ddot{q} + \{\ \ \}q = 0$$

(ضریب $\ddot{q}$: کوشش، ضریب q: سختی)

مثلاً

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

و فرکانس طبیعی آن ها از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\{\ \ \}}{[\ \ ]}} = \sqrt{\frac{\text{ضریب } q}{\text{ضریب } \ddot{q}}}$$

جمعه
۱۲
مرداد
۲۷ محرم
2 August
FRIDAY

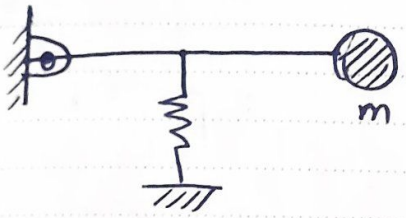
(۲) آیا در معادله دیفرانسیل حرکت اثر وزن (mg) ظاهر می شود یا خیر؟

اگر ۲ شرط زیر برقرار باشد باید در معادله حرکت اثر وزن را در نظر بگیرید یعنی اول معادله تعادل استاتیکی را بنویسید :

الف) نیروی وزن با اثر خنثی نشود

ب) نقطه اثر وزن در حین حرکت تغییر ارتفاع بدهد

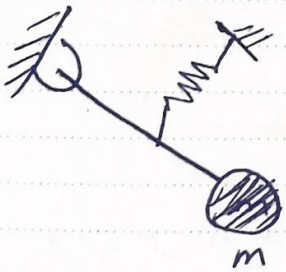
مثال ها:



نیروی وزن نادیده گرفته می‌شود

⇓

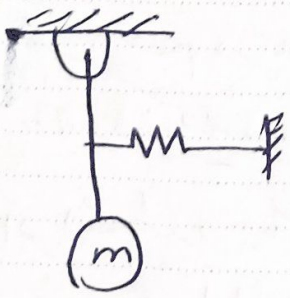
نمی خواهد mg



نیروی وزن نادیده گرفته می‌شود

⇓

نمی خواهد mg



⇒

نیروی وزن نادیده گرفته می‌شود

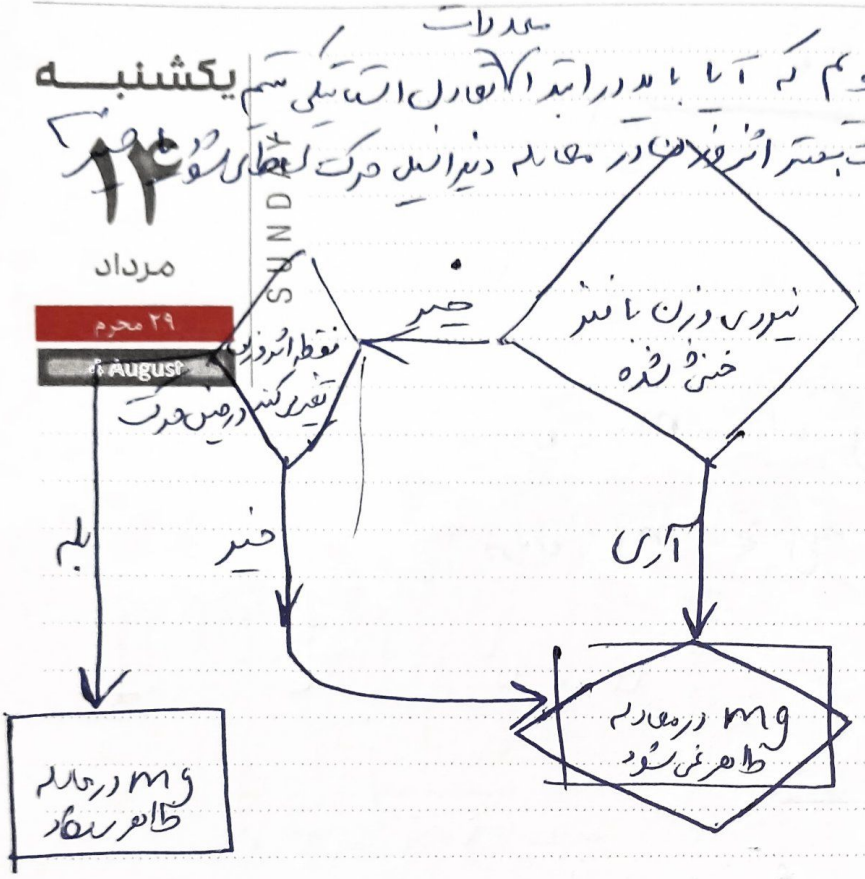
⇓

نقطه اثر وزن جابجا می‌شود در حرکت

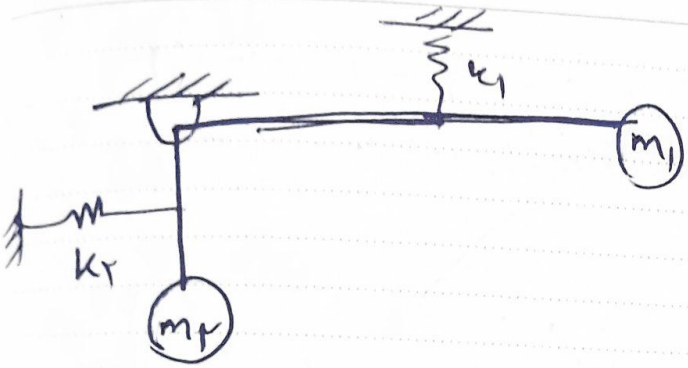
⇓

نمی خواهد mg

یکشنبه ۱۲ مرداد ۲۹ محرم 4 August

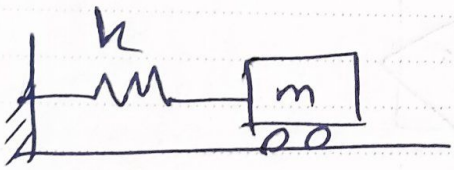


سلور فرمان مشروطیت، روز حقوق بشر اسلامی و کرامت انسانی



برای m_2 باید mg خلاصه شود

برای m_1 ی mg خلاصه شود



نیروی وزن با نیروی فنر خنثی می‌شود

↓

نقطه اثر وزن جابجا نمی‌شود

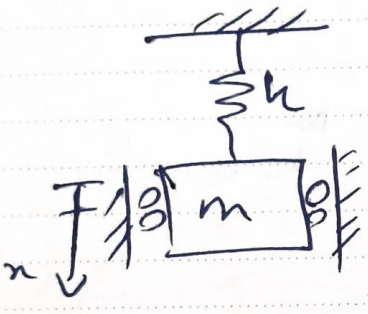
↓

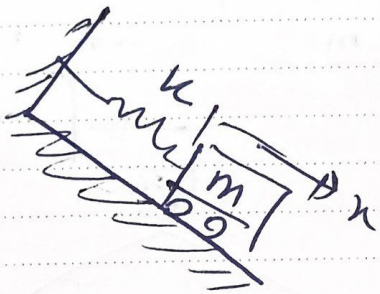
و mg حذف خواهد

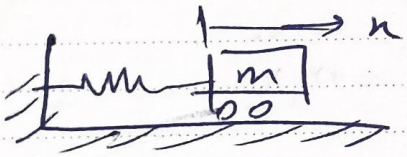
سه شنبه
۱۶
مرداد
۱ صفر
6 August
TUESDAY

توجه: این ۳ سیستم زیر دقیقاً مشابهم نوسان می‌کنند

و ω_n آن‌ها از رابطه زیر بدست می‌آید:







$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

تشکل جهاد دانشگاهی

یافتن فرکانس طبیعی سیستم به روش انرژی

از آنجایی که در سیستم‌ها به بررسی پایستگی انرژی را در نظر می‌گیریم پس:

مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برابر عدد ثابتی است.

$$P.E + K.E = C \qquad \text{یا} \qquad T + U = C$$

$P.E$: انرژی پتانسیل — $K.E$: انرژی جنبشی — T: جنبشی — U: پتانسیل

از رابطه بالا مشتق می‌گیریم و به معادله دیفرانسیل حرکت خواهیم رسید.

$$\frac{d}{dt}\left(P.E + K.E\right) = 0$$

با داشتن معادله دیفرانسیل حرکت، فرکانس طبیعی ω_n به دست می‌آید.

مثال‌ها:

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \\ U = \frac{1}{2} k x^2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = C \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 m \dot{x} \ddot{x} + \frac{1}{2} \times 2 k x \dot{x} = 0$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } \ddot{x}}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

حرکت خطی — حرکت زاویه‌ای

انرژی جنبشی: $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ — $\begin{cases} T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \\ T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 \end{cases}$; J_0: ممان

انرژی پتانسیل ← وزن: mgx

فنر: $\frac{1}{2} k x^2$

پنج شنبه

۸

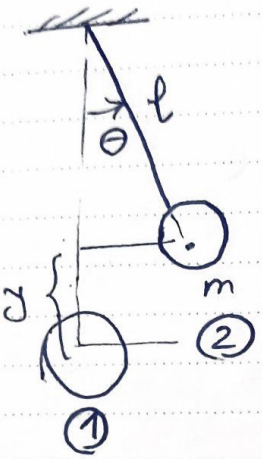
شهریور

۲۴ صفر

29 August

THURSDAY

مثال:



$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 \\ U = mgy = mg(l - l\cos\theta) \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + mg(l - l\cos\theta) = 0$$

مشتق

$$\frac{1}{2} \times 2 \times m \times l^2 \times \ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0$$

$$ml^2\ddot{\theta} + mgl\theta = 0$$

انفجار دفتر نخست وزیری به دست منافقان و شهادت شهیدان رجایی و باهنر، روز مبارزه با تروریسم

جمعه

۹

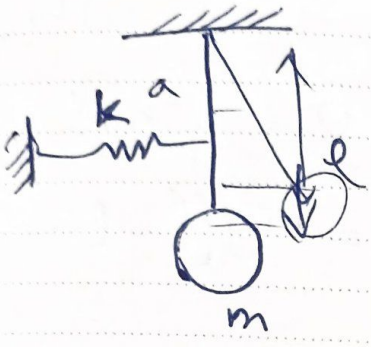
شهریور

۲۵ صفر

30 August

FRIDAY

$$\omega_n = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$



$T+U=C$

$T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2$ (جنبش)

U ← فنر $\frac{1}{2} k (a\theta)^2$

U ← وزن $mg(l - l\cos\theta)$

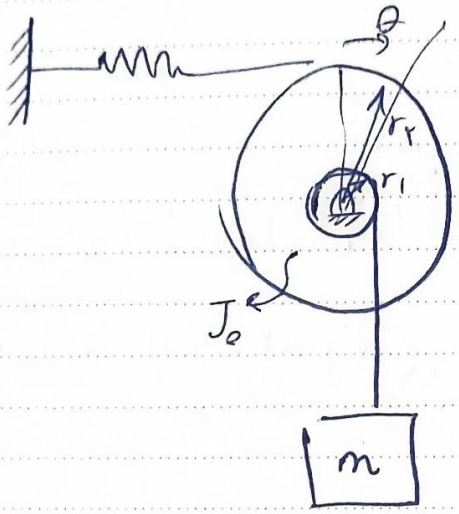
$$\frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} k a \theta + mgl(1-\cos\theta) = c$$

$$\frac{1}{2} \times m \times l^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} k a^2 \times 2 \dot{\theta} + mgl(\sin\theta) = 0$$

$$m l^2 \ddot{\theta} + (k a^2 + mgl)\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k a^2 + mgl}{m l^2}}$$

یکشنبه
۱۱
شهریور
۲۷ صفر
1 September
SUNDAY



$$T = \frac{1}{2} m (r_1 \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2$$ جنبی

$$V = \frac{1}{2} k (r_2 \theta)^2$$ پتانسیل

$$T_{max} = V_{max}$$

$$\begin{cases} T_{max} = \frac{1}{2} (m r_1^2 + J_0) \dot{\theta}^2 \\ V_{max} = \frac{1}{2} (k r_2^2) \theta^2 \end{cases}$$

$\frac{\text{ضریب } \dot{x}}{\text{ضریب } x} = \omega^2$

$$\omega^2 = \frac{k r_2^2}{m r_1^2 + J_0}$$